# 化学組成データの対数比解析を利用 した黒曜石の原産地推定

金井拓人\*·池谷信之\*\*·保坂康夫\*\*\*

●キーワード: 黒曜石産地推定 (obsidian source analysis), 化学組成データ (chemical compositional data), 対数比解析 (log-ratio analysis)

#### 1. はじめに

日本列島における黒曜石の利用は後期旧石器時代初 頭に始まり,おおむね弥生時代中期末まで継続する。 原産地から消費地(遺跡)への供給方法は社会関係を 鋭敏に反映して変化するので,これまで複数の産地推 定法が試行され,遺跡出土の黒曜石製石器に応用され てきた。

産地推定法のひとつに黒曜石の化学組成に注目した 手法が挙げられる。この手法では黒曜石の化学組成が 原産地ごとに異なることに注目し、機器分析によって 黒曜石の化学組成もしくは化学組成に類するデータを 測定することで原産地を推定する。化学組成を分析す る分析手法として、中性子放射化分析 (NAA; Suzuki: 1974), 蛍光X線分析 (XRF; Merrick and Brown: 1984a、鎌木ほか: 1984、鈴木ほか: 1985)、誘導結合プ ラズマ質量分析 (ICP-MS: Gratuze: 1999. Suda et al.: 2018), 走査型電子顕微鏡 - エネルギー分散型 X 線分 光分析 (SEM-EDS; Acquafredda et al.: 1999), 電子 プローブマイクロアナライザー分析 (EPMA: Merrick and Brown: 1984b, 和田ほか: 2003) などが利用され てきた。これらの分析手法や黒曜石産地推定手法の変 遷についてはいくつかのレビュー(小田: 2001, 大屋: 2009. 池谷: 2009. 建石: 2012) があるので参照された 6,0

上記の中で XRF 分析に基づく黒曜石の産地推定で は、一次データである蛍光 X 線強度を利用する手法 と、 蛍光 X 線強度から算出される元素濃度を利用す る手法がある。蛍光X線強度を利用する手法として、 特定の蛍光X線強度比に注目した産地判別指標(望 月ほか:1994)は国内では広く一般的に利用されてい る。しかし、 蛍光 X 線の検出感度は装置固有のもの であり、 蛍光 X 線強度を利用した指標も装置固有の 指標となる。そのため、異なる分析装置間のデータを 比較できないという問題点が指摘されている(大屋: 2009)。一方. 蛍光 X 線強度から装置特性を考慮して 推定される元素濃度であれば、異なる分析装置間の データを比較することができる。元素濃度には標準試 料を用いた検量線法による定量値と、 蛍光 X 線スペ クトルに尤も一致するように元素濃度を推定するファ ンダメンタルパラメータ法 (FP 法: Criss and Birks. 1968) によって得られた半定量値があるが、どちらの 元素濃度も分析条件を整えれば装置非依存の値とな る。この元素濃度を束ねたデータが化学組成データで あり, 化学組成データを利用して黒曜石の産地推定を 行った研究も数多くなされている (Merrick and Brown: 1984a, Glascock et al.: 1998, 建石・津村: 2003, 大屋ほか:2006,隅田ほか:2016)。

前述したように化学組成データには装置非依存の データであるというメリットがあるが,統計解析にお

\* 帝京大学文化財研究所 〒 406-0032 山梨県笛吹市石和町四日市場 1566-2 \*\* 明治大学黒耀石研究センター 〒 386-0601 長野県小県郡長和町大門 3670-8 \*\*\* 山梨学院大学 〒 400-8575 山梨県甲府市酒折 2-4-5 いてはデータの正規性を検討する必要性が指摘されて いる(大屋:2009)。実際,化学組成データには後述 する定数和制約が設けられており(Aitchison:1986), 我々が普段利用する実数の比例尺度データを対象とし た統計解析を安易に適用することはできない。近年の 研究では定数和制約を考慮して黒曜石の産地推定がな されている研究もあるが(Orange et al.:2017),定数 和制約の影響を検討せずに産地推定を行っている研究 も少なくない。そこで本研究では黒曜石化学組成デー タの統計解析方法を整理し,化学組成データを利用し た機器非依存型の黒曜石産地推定方法を新たに提案す る。

#### 2. 関東および中部地方産黒曜石の化学組成

#### 2.1 関東および中部地方の原産地黒曜石

本研究では関東および中部地方の黒曜石原産地から 主要な産出地16ヶ所を選定し(図1),各産地5試料 ずつ分析を行った。なお、本研究では16の原産地の うち地理的に近い地域をグループ化する際には次の名 称を利用する。神津島系:恩馳島および神津島、伊豆・ 箱根系:柏峠,畑宿および芦之湯,信州系:麦草峠,星ヶ 塔,和田峠西,鷹山川,小深沢,土屋橋西,土屋橋南, ブドウ沢,高松沢および牧ヶ沢下。

#### 2.2 分析条件と結果

分析には第二著者池谷の所有するエネルギー分散型 蛍光 X 線分析装置 SEA-2110 (SII ナノテクノロジー 社製)を利用した。この XRF は Na 以降の測定が可 能とされており,本研究では主要元素を Na,Mg, Al, Si, K, Ca, Ti, Mn, Fe, 微量元素を Rb, Sr,Y, Zr とする 13 元素を対象として分析を試みた。これま で本装置を用いた分析では,分析条件を雰囲気:真空, 管電圧:50 keV,管電流:自動設定,照射径:1 cm, 測定時間:300 秒のように設定することが多かった (池谷:2009)。しかし,蛍光 X 線を最も有効に利用す るには管電圧を励起電圧の3~5倍に設定することが 望ましく(水渡・塩尻:1964),従来の管電圧は主要 元素の分析では強すぎる可能性がある。そこで本研究 では,はじめに主要元素の分析条件を検討するため, 次の分析条件で分析を行った。雰囲気:真空,管電圧:



図1 関東および中部地方の黒曜石原産地. (a) 全体図, (b) 霧ヶ峰地域の拡大図. Fig. 1 Locations of obsidian sources in the Kanto and the Chubu Region. (a) Overall view and (b) enlarged view of the Kirigamine area.

表1 標準試料の分析結果.基準値は Suda et al. (2018) による. Table 1 Results of analysis of standard samples. References cited are Suda et al. (2018).

|                  | JOS             | SH-1 (±1σ)       | JOS             | SA-1 (±1σ)      | JO              | D-1 (±1σ)       | JOI             | R-1 (±1σ)       |
|------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|                  | This study      | Reference        | This study      | Reference       | This study      | Reference       | This study      | Reference       |
| major eleme      | ents (in wt%)   |                  |                 |                 |                 |                 |                 |                 |
| SiO <sub>2</sub> | 78.41 ± 0.02    | $78.48 \pm 0.56$ | 78.58 ± 0.03    | 78.81 ± 0.35    | 78.74 ± 0.05    | 78.55 ± 0.42    | 77.21 ± 0.02    | 77.10 ± 0.48    |
| TiO <sub>2</sub> | 0.07 ± 0.01     | $0.05 \pm 0.03$  | 0.03 ± 0.01     | $0.03 \pm 0.02$ | 0.11 ± 0.01     | 0.11 ± 0.03     | 0.10 ± 0.01     | 0.11 ± 0.03     |
| $AI_2O_3$        | 12.90 ± 0.13    | 12.91 ± 0.15     | 13.17 ± 0.12    | 13.02 ± 0.17    | 12.61 ± 0.20    | 12.54 ± 0.10    | 13.51 ± 0.08    | 13.71 ± 0.14    |
| FeO              | $0.53 \pm 0.00$ | $0.52 \pm 0.17$  | $0.49 \pm 0.00$ | 0.50 ± 0.10     | $0.49 \pm 0.01$ | 0.72 ± 0.11     | $0.89 \pm 0.01$ | 0.89 ± 0.11     |
| MnO              | $0.05 \pm 0.00$ | $0.05 \pm 0.05$  | $0.06 \pm 0.00$ | $0.06 \pm 0.05$ | $0.05 \pm 0.00$ | $0.05 \pm 0.03$ | $0.06 \pm 0.00$ | $0.06 \pm 0.05$ |
| CaO              | $0.50 \pm 0.02$ | $0.47 \pm 0.08$  | $0.43 \pm 0.01$ | $0.44 \pm 0.03$ | $0.82 \pm 0.01$ | 0.84 ± 0.03     | 1.44 ± 0.02     | 1.44 ± 0.05     |
| K <sub>2</sub> O | 4.20 ± 0.01     | $4.25 \pm 0.09$  | 4.21 ± 0.01     | 4.16 ± 0.07     | $3.82 \pm 0.02$ | $3.80 \pm 0.07$ | 3.45 ± 0.01     | $3.46 \pm 0.08$ |
| trace eleme      | nts (in ppm)    |                  |                 |                 |                 |                 |                 |                 |
| Rb               | 150 ± 5         | 153 ± 11         | 172 ± 4         | 171 ± 24        | 134 ± 5         | 137 ± 8         | 121 ± 5         | 116 ± 10        |
| Sr               | 31.2 ± 5.7      | 30.8 ± 4.3       | 12.4 ± 3.4      | 11.8 ± 5.6      | 66.8 ± 5.2      | 66.3 ± 4.5      | 119 ± 6.2       | 121 ± 4.5       |
| Y                | 28.1 ± 1.5      | 29.1 ± 2.1       | 32.3 ± 0.8      | 33.8 ± 3.3      | 26.4 ± 1.5      | 24.3 ± 1.8      | 26.7 ± 2.3      | 26.4 ± 1.4      |
| Zr               | 72.4 ± 4.4      | 71.3 ± 3.9       | $67.3 \pm 3.5$  | 61.9 ± 13.3     | 95.4 ± 4.3      | 105 ± 38.5      | 127 ± 4.8       | 123 ± 5.4       |

15 keV,管電流:40  $\mu$ A,照射径:1 cm,測定時間: 300 秒。その結果 Na, Mg の 2 元素については蛍光 X 線スペクトルに明瞭なピークが確認できず,本研究 では解析に利用できないと判断した。一方,A1 から Fe までの主要元素については解析に十分な蛍光 X 線 強度が確保されており,測定時間を 150 秒に半減さ せてもその結果に大きく変化が見られないことから, 主要元素の分析条件は,雰囲気:真空,電圧:15 keV,電流:40  $\mu$ A,照射径:1 cm,測定時間:150 秒とした。また,微量元素については,雰囲気:真空, 電圧:50 keV,電流:6  $\mu$ A,照射径:1 cm,測定時間: 150 秒の分析条件とした。なお,分析に際しては測定 面が試料の平坦面となるように可能な限り調整した。

本研究では定量分析のための標準試料として北海道 産黒曜石 JOSH-1, JOSA-1, JOO-1, JOR-1 (Suda et al.: 2018)を利用した。この試料は黒曜石試料の標準 化および国際的な共有を目的として, 2011年11月に 明治大学黒曜石センターにて分割された原石の一つで ある(明治大学黒曜石センター: 2012)。各試料10回 ずつ分析を行い,得られた蛍光X線強度[cps]対標準 試料の酸化物濃度[wt%]もしくは標準試料の元素濃度 [ppm]で検量線を作成した。作成した検量線を利用し て求められた標準試料の化学組成データを表1に示 す。なお,本研究においてFeは全てFeOとして算 出した。JOO-1のFeOを除けばすべての元素の平均 値がSuda et al. (2018)による基準値の1 σ範囲内の 値を示しており,統計解析に十分な精度の定量分析が できている。

次に,標準試料と同様の分析条件で原産地試料の分 析を各試料3回ずつ行い,結果の平均値を算出した。 結果を表2に示す。なお,試料番号は原石を識別する ための番号であり解析等における意味はない。

#### 3. 組成データの性質と統計解析手法

#### 3.1 組成データの性質

元素濃度などに用いられる百分率(%)や百万分率 (ppm)のデータは組成データと呼ばれ、組成データ には総和が一定(例えば100%)になるという定数和 制約が設けられている(Aitchison: 1986)。定数和制 約により、変数の数がDの組成データでは、D-1 個の変数を決めるだけで残りの1つの変数を一意的に 決定することができる。すなわち組成データの自由度 は変数の数より1小さく、その標本空間は実空間より も次元が1だけ小さい非ユークリッド空間となる (Aitchison: 1986)。この非ユークリッド空間に属する データには、ユークリッド距離を利用した演算や統計 解析を無条件に適用することはできない。例えば、従 来の研究で利用されてきた次の(1) - (3)の解析も 不適切な解析となっている可能性がある。

 (1) データ間でSiO<sub>2</sub> [wt%] や Rb 分率(Rb 強度/ Rb+Sr+Y+Zr 強度)[%] などの増減を議論すること。
(2) デカルト座標系での図示。すなわち,K<sub>2</sub>O [wt%] 対 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [wt%] 図などの図示。

(3) 正規性を前提としたパラメトリック解析。すなわ

表2 原産地黒曜石の化学組成.

Table 2 Chemical composition of obsidian samples from 16 sources in the Kanto and the Chubu region.

| Location           |        | 1. Onl | basejima | Island |       | 2.1   | Kozushim | na Island, | Sanukaz | zaki  |       | 3.    | Kashiwa | itoge |       |
|--------------------|--------|--------|----------|--------|-------|-------|----------|------------|---------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|
| Sample No.         | 1      | 5      | 12       | 15     | 20    | 2     | 5        | 6          | 11      | 12    | 1     | 8     | 10      | 12    | 18    |
| major elements (in | 1 wt%) |        |          |        |       |       |          |            |         |       |       |       |         |       |       |
| SiO <sub>2</sub>   | 79.40  | 79.33  | 79.47    | 79.46  | 79.36 | 79.53 | 79.59    | 79.41      | 79.49   | 79.44 | 78.10 | 78.12 | 78.20   | 78.18 | 78.12 |
| TiO <sub>2</sub>   | 0.11   | 0.11   | 0.11     | 0.10   | 0.11  | 0.11  | 0.10     | 0.09       | 0.11    | 0.09  | 0.16  | 0.14  | 0.15    | 0.14  | 0.15  |
| $AI_2O_3$          | 12.63  | 12.81  | 12.66    | 12.69  | 12.81 | 12.51 | 12.33    | 12.88      | 12.53   | 12.70 | 12.23 | 12.60 | 12.02   | 12.16 | 12.10 |
| FeO                | 0.39   | 0.39   | 0.39     | 0.39   | 0.40  | 0.34  | 0.33     | 0.34       | 0.34    | 0.34  | 0.84  | 0.82  | 0.82    | 0.82  | 0.83  |
| MnO                | 0.08   | 0.07   | 0.06     | 0.06   | 0.07  | 0.07  | 0.07     | 0.07       | 0.07    | 0.07  | 0.06  | 0.05  | 0.05    | 0.06  | 0.05  |
| CaO                | 0.80   | 0.82   | 0.76     | 0.79   | 0.79  | 0.68  | 0.67     | 0.79       | 0.74    | 0.77  | 1.57  | 1.45  | 1.52    | 1.52  | 1.51  |
| K <sub>2</sub> O   | 3.43   | 3.45   | 3.42     | 3.41   | 3.45  | 3.59  | 3.61     | 3.59       | 3.59    | 3.60  | 2.85  | 2.91  | 2.87    | 2.89  | 2.92  |
| trace elements (in | ppm)   |        |          |        |       |       |          |            |         |       |       |       |         |       |       |
| Rb                 | 91.6   | 90.2   | 94.0     | 87.7   | 87.6  | 95.2  | 95.0     | 93.3       | 93.9    | 94.0  | 78.2  | 72.2  | 72.5    | 75.7  | 71.6  |
| Sr                 | 81.9   | 79.4   | 78.3     | 80.8   | 85.3  | 63.0  | 64.7     | 66.7       | 70.1    | 74.7  | 105   | 105   | 102     | 101   | 99.9  |
| Y                  | 28.7   | 28.0   | 25.9     | 26.6   | 28.3  | 27.1  | 30.6     | 26.7       | 25.2    | 27.8  | 31.3  | 31.8  | 32.2    | 31.9  | 30.6  |
| Zr                 | 83.9   | 82.3   | 82.0     | 79.4   | 82.6  | 74.8  | 70.0     | 71.0       | 68.7    | 74.1  | 203   | 173   | 199     | 189   | 179   |

| Location           |        | 4     | . Hatajuk | u     |       |       | 5     | . Ashinoy | ′u    |       | 6. Sakurazawa |       |       |       |       |
|--------------------|--------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------|-----------|-------|-------|---------------|-------|-------|-------|-------|
| Sample No.         | 1      | 2     | 3         | 4     | 5     | 1     | 4     | 16        | 19    | 20    | 1             | 3     | 8     | 12    | 17    |
| major elements (ir | 1 wt%) |       |           |       |       |       |       |           |       |       |               |       |       |       |       |
| SiO <sub>2</sub>   | 77.41  | 77.19 | 77.35     | 77.30 | 77.10 | 72.89 | 72.79 | 72.88     | 72.85 | 73.32 | 77.83         | 77.82 | 77.77 | 77.82 | 77.68 |
| TiO <sub>2</sub>   | 0.20   | 0.21  | 0.21      | 0.21  | 0.22  | 0.39  | 0.39  | 0.39      | 0.38  | 0.38  | 0.13          | 0.14  | 0.13  | 0.13  | 0.16  |
| $AI_2O_3$          | 12.45  | 12.55 | 12.30     | 12.55 | 12.61 | 14.98 | 15.14 | 14.95     | 15.06 | 14.87 | 12.53         | 12.28 | 12.69 | 12.42 | 12.44 |
| FeO                | 1.16   | 1.22  | 1.20      | 1.18  | 1.22  | 2.01  | 2.04  | 2.04      | 2.05  | 1.95  | 0.82          | 0.83  | 0.81  | 0.84  | 0.84  |
| MnO                | 0.07   | 0.07  | 0.07      | 0.07  | 0.07  | 0.09  | 0.09  | 0.09      | 0.09  | 0.09  | 0.05          | 0.06  | 0.06  | 0.05  | 0.06  |
| CaO                | 1.78   | 1.89  | 1.82      | 1.92  | 1.97  | 3.88  | 3.85  | 3.73      | 3.75  | 3.64  | 1.40          | 1.41  | 1.52  | 1.44  | 1.60  |
| K <sub>2</sub> O   | 2.13   | 2.11  | 2.10      | 2.10  | 2.11  | 1.69  | 1.65  | 1.70      | 1.67  | 1.68  | 3.23          | 3.23  | 3.22  | 3.20  | 3.17  |
| trace elements (in | ppm)   |       |           |       |       |       |       |           |       |       |               |       |       |       |       |
| Rb                 | 58.7   | 52.1  | 53.9      | 55.5  | 56.9  | 51.2  | 50.9  | 51.5      | 48.1  | 49.0  | 112           | 112   | 116   | 115   | 114   |
| Sr                 | 136    | 141   | 138       | 151   | 149   | 204   | 203   | 204       | 203   | 197   | 116           | 105   | 110   | 115   | 122   |
| Y                  | 31.5   | 30.4  | 32.3      | 31.5  | 30.1  | 28.3  | 25.0  | 26.3      | 26.8  | 25.4  | 30.5          | 31.8  | 31.1  | 33.9  | 33.2  |
| Zr                 | 154    | 145   | 145       | 146   | 151   | 85.2  | 82.5  | 89.4      | 86.7  | 91.6  | 156           | 157   | 158   | 152   | 151   |

| Location           |        | 7. N  | lugikusat | toge  |       |       | 8.    | Hoshiga | to    |       |       | 9. W  | adatoge | Nishi |       |
|--------------------|--------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|
| Sample No.         | 9      | 11    | 12        | 14    | 15    | 9     | 11    | 13      | 14    | 17    | 2     | 7     | 8       | 11    | 19    |
| major elements (in | 1 wt%) |       |           |       |       |       |       |         |       |       |       |       |         |       |       |
| SiO <sub>2</sub>   | 78.92  | 78.90 | 78.96     | 79.03 | 79.02 | 79.22 | 79.13 | 79.12   | 79.14 | 79.16 | 78.91 | 78.91 | 79.02   | 79.05 | 78.96 |
| TiO <sub>2</sub>   | 0.13   | 0.14  | 0.13      | 0.12  | 0.13  | 0.08  | 0.08  | 0.08    | 0.09  | 0.09  | 0.06  | 0.04  | 0.03    | 0.04  | 0.04  |
| $AI_2O_3$          | 12.38  | 12.53 | 12.36     | 12.19 | 12.44 | 12.38 | 12.55 | 12.79   | 12.50 | 12.76 | 12.63 | 12.98 | 12.65   | 12.54 | 12.65 |
| FeO                | 0.42   | 0.43  | 0.41      | 0.41  | 0.41  | 0.28  | 0.29  | 0.29    | 0.29  | 0.28  | 0.36  | 0.34  | 0.35    | 0.35  | 0.34  |
| MnO                | 0.06   | 0.06  | 0.05      | 0.05  | 0.05  | 0.07  | 0.07  | 0.06    | 0.07  | 0.07  | 0.08  | 0.08  | 0.08    | 0.09  | 0.08  |
| CaO                | 0.70   | 0.71  | 0.68      | 0.68  | 0.68  | 0.47  | 0.46  | 0.46    | 0.46  | 0.47  | 0.50  | 0.49  | 0.45    | 0.47  | 0.49  |
| K <sub>2</sub> O   | 3.95   | 3.86  | 3.97      | 3.91  | 3.87  | 4.25  | 4.30  | 4.28    | 4.30  | 4.24  | 4.24  | 4.23  | 4.20    | 4.17  | 4.25  |
| trace elements (in | ppm)   |       |           |       |       |       |       |         |       |       |       |       |         |       |       |
| Rb                 | 111    | 113   | 114       | 110   | 112   | 136   | 140   | 137     | 139   | 137   | 230   | 270   | 271     | 263   | 245   |
| Sr                 | 120    | 132   | 114       | 111   | 127   | 44.7  | 40.2  | 43.2    | 43.6  | 38.7  | 10.3  | 7.3   | 8.9     | 7.7   | 9.4   |
| Y                  | 24.7   | 23.4  | 25.6      | 24.2  | 24.2  | 27.8  | 29.6  | 27.6    | 29.6  | 30.3  | 34.1  | 38.9  | 39.2    | 39.0  | 38.4  |
| Zr                 | 104    | 116   | 110       | 99.4  | 108   | 85.9  | 86.2  | 81.4    | 84.3  | 86.5  | 95.1  | 94.9  | 90.0    | 89.2  | 97.6  |

| Location           |       | 10. T | akayama | gawa  |       |       | 11.   | Kobukaz | awa   |       |       | 12. Tsu | chiyabas | hi Nishi |       |
|--------------------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|---------|----------|----------|-------|
| Sample No.         | 2     | 4     | 11      | 15    | 17    | 5     | 8     | 9       | 12    | 14    | 19    | 20      | 21       | 22       | 23    |
| major elements (in | wt%)  |       |         |       |       |       |       |         |       |       |       |         |          |          |       |
| SiO <sub>2</sub>   | 79.09 | 79.11 | 79.19   | 79.08 | 79.09 | 78.79 | 79.00 | 78.92   | 79.01 | 78.88 | 78.72 | 78.83   | 78.78    | 78.67    | 78.90 |
| TiO <sub>2</sub>   | 0.06  | 0.06  | 0.06    | 0.06  | 0.06  | 0.07  | 0.06  | 0.07    | 0.07  | 0.06  | 0.09  | 0.07    | 0.07     | 0.08     | 0.06  |
| $AI_2O_3$          | 12.89 | 12.56 | 12.62   | 12.87 | 12.69 | 12.54 | 12.82 | 12.73   | 12.64 | 12.67 | 12.50 | 12.76   | 12.63    | 12.65    | 12.64 |
| FeO                | 0.30  | 0.31  | 0.30    | 0.31  | 0.31  | 0.38  | 0.32  | 0.34    | 0.33  | 0.35  | 0.38  | 0.36    | 0.37     | 0.38     | 0.36  |
| MnO                | 0.08  | 0.08  | 0.08    | 0.08  | 0.08  | 0.08  | 0.08  | 0.08    | 0.08  | 0.08  | 0.07  | 0.07    | 0.07     | 0.07     | 0.07  |
| CaO                | 0.46  | 0.49  | 0.47    | 0.45  | 0.47  | 0.68  | 0.51  | 0.56    | 0.50  | 0.61  | 0.57  | 0.55    | 0.55     | 0.59     | 0.53  |
| K <sub>2</sub> O   | 4.22  | 4.24  | 4.20    | 4.22  | 4.24  | 4.16  | 4.22  | 4.22    | 4.24  | 4.21  | 4.30  | 4.27    | 4.31     | 4.34     | 4.26  |
| trace elements (in | ppm)  |       |         |       |       |       |       |         |       |       |       |         |          |          |       |
| Rb                 | 224   | 222   | 220     | 230   | 234   | 224   | 229   | 221     | 231   | 220   | 185   | 198     | 199      | 185      | 187   |
| Sr                 | 9.8   | 8.4   | 9.1     | 14.1  | 11.5  | 17.1  | 11.5  | 21.2    | 13.6  | 19.7  | 21.5  | 17.3    | 22.5     | 34.2     | 26.5  |
| Y                  | 37.6  | 36.4  | 34.6    | 36.8  | 37.5  | 34.5  | 34.9  | 35.9    | 38.1  | 36.8  | 29.6  | 31.4    | 31.2     | 31.6     | 29.7  |
| Zr                 | 96.2  | 91.0  | 90.5    | 92.8  | 89.8  | 91.5  | 92.0  | 104     | 98.9  | 95.0  | 100   | 104     | 99.9     | 104      | 93.1  |

表2 続き. Table 2 Continued.

| Location           | 13. Tsuchiyabashi Minami |       |       | ni    |       | 14    | . Budoza | wa    |       | 15. Takamatsuzawa |       |       |       |       |       |
|--------------------|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Sample No.         | 3                        | 5     | 16    | 19    | 22    | 2     | 3        | 6     | 8     | 18                | 3     | 4     | 5     | 9     | 12    |
| major elements (in | 1 wt%)                   |       |       |       |       |       |          |       |       |                   |       |       |       |       |       |
| SiO <sub>2</sub>   | 78.49                    | 78.57 | 78.58 | 78.48 | 78.75 | 78.49 | 78.44    | 78.53 | 78.53 | 78.52             | 78.70 | 78.62 | 78.74 | 78.59 | 78.60 |
| TiO <sub>2</sub>   | 0.10                     | 0.10  | 0.10  | 0.11  | 0.10  | 0.11  | 0.11     | 0.11  | 0.12  | 0.11              | 0.10  | 0.11  | 0.10  | 0.10  | 0.10  |
| $AI_2O_3$          | 12.61                    | 12.61 | 12.67 | 12.82 | 12.37 | 12.65 | 13.01    | 12.84 | 12.91 | 12.85             | 12.31 | 12.67 | 12.33 | 12.59 | 12.77 |
| FeO                | 0.38                     | 0.38  | 0.38  | 0.41  | 0.38  | 0.40  | 0.38     | 0.38  | 0.40  | 0.40              | 0.40  | 0.39  | 0.38  | 0.41  | 0.39  |
| MnO                | 0.06                     | 0.06  | 0.06  | 0.06  | 0.06  | 0.06  | 0.06     | 0.07  | 0.06  | 0.06              | 0.06  | 0.06  | 0.06  | 0.06  | 0.06  |
| CaO                | 0.63                     | 0.58  | 0.60  | 0.64  | 0.58  | 0.67  | 0.89     | 0.64  | 0.65  | 0.79              | 0.62  | 0.70  | 0.62  | 0.64  | 0.62  |
| K <sub>2</sub> O   | 4.51                     | 4.45  | 4.39  | 4.37  | 4.33  | 4.38  | 4.30     | 4.39  | 4.31  | 4.24              | 4.29  | 4.28  | 4.31  | 4.31  | 4.33  |
| trace elements (in | ppm)                     |       |       |       |       |       |          |       |       |                   |       |       |       |       |       |
| Rb                 | 160                      | 155   | 157   | 154   | 157   | 147   | 140      | 140   | 149   | 142               | 155   | 155   | 158   | 165   | 165   |
| Sr                 | 53.3                     | 51.9  | 46.5  | 66.0  | 60.5  | 80.7  | 102      | 68.2  | 72.8  | 81.8              | 49.5  | 68.9  | 54.8  | 54.6  | 54.2  |
| Y                  | 28.3                     | 28.9  | 27.4  | 26.7  | 26.9  | 27.2  | 27.1     | 26.5  | 27.2  | 27.4              | 29.1  | 27.2  | 28.0  | 27.9  | 26.7  |
| Zr                 | 112                      | 110   | 108   | 110   | 116   | 126   | 121      | 122   | 132   | 119               | 109   | 119   | 111   | 119   | 114   |

| Location           |       | 16. Ma | kigasawa | a Shita |       |
|--------------------|-------|--------|----------|---------|-------|
| Sample No.         | 3     | 5      | 16       | 19      | 22    |
| major elements (ir | wt%)  |        |          |         |       |
| SiO <sub>2</sub>   | 78.45 | 78.42  | 78.25    | 78.35   | 78.41 |
| TiO <sub>2</sub>   | 0.13  | 0.13   | 0.13     | 0.13    | 0.13  |
| $AI_2O_3$          | 13.08 | 12.94  | 13.10    | 13.10   | 12.87 |
| FeO                | 0.43  | 0.44   | 0.46     | 0.46    | 0.45  |
| MnO                | 0.06  | 0.06   | 0.06     | 0.07    | 0.06  |
| CaO                | 0.76  | 0.72   | 0.85     | 0.78    | 0.78  |
| K <sub>2</sub> O   | 4.17  | 4.20   | 4.21     | 4.16    | 4.18  |
| trace elements (in | ppm)  |        |          |         |       |
| Rb                 | 132   | 138    | 135      | 132     | 133   |
| Sr                 | 93.1  | 90.0   | 114      | 107     | 105   |
| Y                  | 25.9  | 26.6   | 26.6     | 26.6    | 26.7  |
| Zr                 | 139   | 151    | 154      | 143     | 144   |

ち, SiO<sub>2</sub> [wt%] 対 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [wt%] の相関係数といった統 計量の算出や,正規分布を前提とするマハラノビス距 離に基づく判別分析など。

#### 3.2 組成データの統計解析手法

組成データの統計解析手法として,単体解析および 対数比解析 (Aitchison: 1986),不変量解析 (Ohta et al.: 2011) が提案されている (太田・新井: 2006)。

(1)単体解析:従来の統計学を適用せず,データの属 する標本空間に即した統計量および演算を利用する方 法。

(2)対数比解析:対数比変換によりD-1次元の標本空間内のデータをD-1次元の実空間へ写像する 方法。対数比変換により、組成データはユークリッド 空間上の実数に変換され、従来の統計学で利用されて きた統計解析が適用できる。

(3) 不変量解析:データセット内の不変量データを用 いた規格化によって絶対量変動を復元する方法。絶対 量はユークリッド空間上の実数であるため,従来の統 計解析が適用できる。

Orange et al. (2017) は黒曜石化学組成データの図 示や統計解析に対数比解析を用いており、本研究でも 対数比解析を利用する。ただし、対数比変換にはいく つかの種類があり、変換の方法によっては定数和制約 の影響が変換後のデータに引き継がれる可能性が指摘 されている(太田・新井: 2006)。そこで本研究では、 定数和制約の影響を最大限取り除くために不変量解析 の一部も応用する。

## 4. 相加対数比変換を用いた組成データ散布 図の描写

#### 4.1 相加対数比変換法と不変量検定

組成データは変数の相対的情報を束ねたデータであ り,相対的情報の解析に一般的に用いるのが比である。 Aitchison (1982, 1986) は K<sub>2</sub>O/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> といった組成 データの比が対数正規分布になじむことに注目し,組 成データの対数比の分布としてロジスティック正規分 布を導入した。この考えを応用したのが相加対数比変 換であり, 相加対数比変換 (additive logratio transformation: alr) は

$$\operatorname{alr}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots, \mathbf{x}_D) = \left( \ln \frac{\mathbf{x}_1}{\mathbf{x}_D}, \ln \frac{\mathbf{x}_2}{\mathbf{x}_D}, \cdots, \ln \frac{\mathbf{x}_{D-1}}{\mathbf{x}_D} \right)$$

で表される。組成データの対数比の分布はロジス ティック正規分布に従うため、相加対数比変換後の対 数比データは多変量正規分布になじみ、実空間におけ る各種の統計解析が可能となる。すなわち、黒曜石化 学組成データに関して  $K_2O$  と  $Al_2O_3$ の関係を図示し たり、統計解析を行ったりする場合、例えば ln ( $K_2O/$ SiO<sub>2</sub>) と ln ( $Al_2O_3/SiO_2$ )のように同一の規格化成分 によって規格化した上で対数を取ればよい。

Aitchison (1986) は、対数比データは順列不変性が あり、どのような規格化成分を利用したとしてもデー タの重要な性質は変化しないとした。しかし解析手法 によっては規格化成分 によって解析結果が異なって しまう可能性があり、組成データを比較する場合は データセットの中で値の変動が小さい成分を規格化成 分として利用することが推奨されている(Woronow and Love: 1990, Schedl: 1998, 太田·新井: 2006)。 Woronow and Love (1990), Schedl (1998) は対数比 データの正規性や相関係数を利用して2群間において 規格化成分を選定する方法を提案しているが、この方 法は複数産地間での化学組成データを比較する黒曜石 産地分析では利用できない。そこで本研究では単一の データセットに適用可能な. 組成データ成分比の変動 係数を利用した不変量検定(Ohta et al.: 2011)を利用 する。組成データ成分比の変動係数Vxi/xiは基礎デー 組成データ $\mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_D)$ を用いて,

 $V_{x_i/x_j} = \frac{\left(V_{w_i}^2 + V_{w_j}^2 - 2\alpha_{w_j}^3 V_{w_j}^3 + 2\alpha_{w_j}^4 V_{w_j}^4 - 2r_{w_i,w_j} V_{w_i} V_{w_j}\right)^{1/2}}{1 + V_{w_j}^2 + \alpha_{w_j}^3 V_{w_j}^3 - r_{w_i,w_j} V_{w_i} V_{w_j}}$ 

と表される。ここで、 $V_{w_i}$ は変動係数、 $\alpha_{w_i}^k$ はk次標準 化モーメント、 $r_{w_i,w_j}$ は積率相関係数をそれぞれ示す。 Ohta et al. (2011) は、(1) 不変成分が分母にあると きは分子にあるときよりも変動係数が低い値を示す性 質があること(検定1)、(2) 変動係数が最も低い値を 示す成分ペアが最も不変な2つの成分である可能性が あること(検定2)を利用した2つの不変量検定法を 提案している。本研究ではこの不変量検定を利用して, 規格化成分を決定した。

#### 4.2 黒曜石組成データへの適用

はじめに相加対数比変換のための規格化元素推定を 行った。表2で示したデータのうちSiO<sub>2</sub>, TiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, FeO, MnO, CaO, K<sub>2</sub>Oを対象にOhta et al. (2011)の不変量検定を行った。なお,不変量検定1 は正に歪んだ分布を持つ変数が存在する場合に精度が 落ち,不変量検定2は正の相関がある変数が存在する 場合に精度が落ちるとされている(Ohta et al.: 2011)。 そこで検定1ではデータの歪度を,検定2ではデータ 間の相関をそれぞれ算出した。不変量検定1の結果を 表3に,不変量検定2の結果を表4にそれぞれ示す。

検定1よりCaO > FeO > TiO<sub>2</sub> = Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> = MnO > SiO<sub>2</sub> > K<sub>2</sub>Oの順で合格数が多く不変量の可能性が高い。しかしCaO, FeO, TiO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>は歪度が1以上

表3 不変量検定1の結果.

Table 3. The result of Test 1 for identifying the unchanging component.

| - | Component                      | Acceptance<br>number | Skewness |
|---|--------------------------------|----------------------|----------|
| - | CaO                            | 6                    | 2.32     |
|   | FeO                            | 5                    | 2.19     |
|   | TiO <sub>2</sub>               | 3                    | 2.21     |
|   | Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 3                    | 3.04     |
|   | MnO                            | 3                    | 0.37     |
|   | SiO <sub>2</sub>               | 1                    | -3.14    |
|   | K <sub>2</sub> O               | 0                    | -1.29    |

表4 不変量検定2の結果.

Table 4. The result of Test 2 for identifying the unchanging component.

| Rank | Component   | Coefficient of variation | Correlation coefficient |
|------|---|--------------------------|-------------------------|
| 1    | SiO <sub>2</sub> / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 0.057                    | -0.97                   |
| 2    | Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> / SiO <sub>2</sub> | 0.070                    | -0.97                   |
| 3    | FeO / CaO   | 0.119                    | 0.99                    |
| 4    | CaO / FeO   | 0.127                    | 0.99                    |
| 5    | MnO / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>              | 0.139                    | 0.58                    |
| 6    | Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> / MnO              | 0.142                    | 0.58                    |
| 7    | SiO <sub>2</sub> / MnO                            | 0.165                    | -0.48                   |
| 8    | MnO / SiO <sub>2</sub>                            | 0.173                    | -0.48                   |
| 9    | K <sub>2</sub> O / SiO <sub>2</sub>               | 0.213                    | 0.61                    |
| 10   | K <sub>2</sub> O / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 0.230                    | -0.58                   |

で強く正に歪んでいるため除外すると,MnOが不変 量の候補として挙げられる。検定2ではスコアの上位 8組のうち,検定の精度が低下するとされる強い正の 相関を持つ3,4組目を除くと,不変量の候補として SiO<sub>2</sub>,Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>,MnOが挙げられる。5,6組目も正の相 関を示すが,この2組を除いても結果は変化しない。 以上の検定結果より,黒曜石化学組成の相加対数比を 散布図として図示する場合,規格化元素はSiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>,MnOの中から選択すべきだと結論付けられる。 ただし,MnOは黒曜石中の含有量が少なく,分析結 果の有効桁数が一桁になる場合がある。MnOの有効 桁数が少ない場合には,黒曜石中の含有量が多く有効 桁数も確保できるSiO<sub>2</sub>もしくはAl<sub>2</sub>O<sub>3</sub>を利用する必 要がある。

図2にFeO対CaOの散布図および,SiO<sub>2</sub>を規格化 成分とした場合の有心対数比の散布図を示す。図2a では濃度は0以上の値しかとれないため、0に近いと ころでデータが集中し散布図に歪みが生じている。一 方図2bでは左下のデータ群はばらつきを持ってプ ロットできており、散布図内の歪みも是正されている。 従来の研究では黒曜石の産地推定にマハラノビス距離 に基づく判別分析が利用されている例があるが(東 村:1986,池谷:2009),マハラノビス距離はデータの 正規性を条件としているため、マハラノビス距離の算 出においても図2bのような対数比データを利用する 必要がある。

## 5. 有心対数比変換を用いた黒曜石化学組成 データの多変量解析

#### 5.1 有心対数比変換 - 主成分分析法

相加対数比変換を用いることで,従来の判別図法で 利用されてきたような元素間の関係を図示すること や,その図内にユークリッド距離を前提とする確率楕 円を描くことも可能となった。このように特定の元素 間の関係を利用した。

判別図は視覚的に分類基準が分かりやすいが,対象 とする元素の選択やその元素に乗じる係数は経験則に 委ねられ,統計学的な根拠に乏しい。これらの問題を 解決するためには多元素を対象とした指標づくりが必 要となり,従来の研究では多変量解析のために主成分



図 2 (a) FeO 対 TiO2 散布図および (b) その相加対数比散布図. Fig. 2 Scatter plot of (a) FeO vs. CaO and (b) its additive log-ratio.

分析 (principal component analysis: PCA) が広く利 用されてきた (Glascock et al.: 1998, Ericson and Glascock: 2004, Seccaroni et al.: 2008)。主成分分析に ついては数多くのレビューがなされており (Bro and Smilde: 2014, Jolliffe and Cadima: 2016), 詳細はこれ らの総説に委ねるが、端的には原点の移動と軸の回転 によって情報損失を最小に抑えつつデータの分散が最 大となるように次元を圧縮する解析方法である。例え ば Glascock et al. (1998) は黒曜石中の 21 種類の化学 組成データを対象に主成分分析を行い、第一主成分ス コア対第二主成分スコアの2次元散布図を作成してい る。しかし、主成分分析も正規分布を前提とするユー クリッド空間内での統計解析であり、組成データを主 成分分析によって解析するためには対数比変換が必要 となる。Aitchison (1986) はこの問題を解決するため、 有心対数比変換 (centered logratio transformation: clr)を導入した。有心対数比変換は

$$\operatorname{clr}(x_1, x_2, \cdots, x_D) = \left(\ln \frac{x_1}{\mathbf{g}(\mathbf{x})}, \ln \frac{x_2}{\mathbf{g}(\mathbf{x})}, \cdots, \ln \frac{x_D}{\mathbf{g}(\mathbf{x})}\right)$$

によって表される。ここで g(x) は幾何平均

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \left(\prod_{i=1}^{D} x_i\right)^{1/D}$$

である。有心対数比変換は主成分分析を前提とした写 像で,相加対数比変換とは異なり,写像の行列表記が 対称行列となる(Aitchison: 1986)。有心対数比のメ リットは主成分分析によって得られた主成分の解釈が 容易な点にあり,黒曜石化学組成データの主成分分析 前処理としての導入例もある(Orange et al.: 2017)。 そこで本研究でも多元素を対象とする多変量解析に有 心対数比変換-主成分分析を利用する。

#### 5.2 黒曜石化学組成データへの適用

表2で示したデータセットを対象に有心対数比の主 成分分析を行った。結果を表5に示す。第一主成分 (PC1)はSr, CaO, TiO<sub>2</sub>, FeO と正の相関を示し, Rb, K<sub>2</sub>O と負の相関を示した。また, 第二主成分 (PC2) はSr, K<sub>2</sub>O と正の相関を示し, FeO, CaO と負の相関 を示した。PC1 および PC2 はそれぞれ全分散の 81.08 % および 13.06 % を占めており, PC1 および PC2 で 全分散の 94.14 % を説明できている。



図3 主成分分析の結果. 図中の矢印は主成分負荷量の方向を示す.

Fig. 3 Principal component scores plot for chemical compositions of obsidian samples with 68%  $(1\sigma)$  confidence ellipse and scaled loading factors (arrows).

表5 主成分分析の結果. Table 5 The results of principal component analysis.

|                                | PC1    | PC2    | PC3    |
|--------------------------------|--------|--------|--------|
| SiO <sub>2</sub>               | -0.134 | 0.063  | -0.118 |
| TiO <sub>2</sub>               | 0.280  | -0.020 | -0.253 |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | -0.108 | 0.002  | -0.216 |
| FeO                            | 0.249  | -0.484 | 0.191  |
| MnO                            | -0.152 | -0.189 | -0.460 |
| CaO                            | 0.300  | -0.417 | 0.044  |
| K <sub>2</sub> O               | -0.309 | 0.342  | -0.034 |
| Rb                             | -0.488 | 0.113  | 0.075  |
| Sr                             | 0.590  | 0.632  | -0.051 |
| Υ                              | -0.183 | -0.126 | 0.038  |
| Zr                             | -0.046 | 0.085  | 0.784  |
| Origin shift                   | 1.359  | 1.722  | 3.275  |
| Eigen value                    | 1.513  | 0.244  | 0.068  |
| Variance explained             | 81.08  | 13.06  | 3.63   |
| Cumulative variance            | 81.08  | 94.14  | 97.77  |

各データの PC1 スコア対 PC2 スコアの散布図(バ イプロット図)を図3に示す。ここで各データを囲む 楕円は母集団の68%(1 σ)確率楕円である。図中の 矢印は主成分負荷量を示し,例えば CaO や FeO の多 いデータは図の右下にプロットされ,MnO や Y の多 いデータは図の左下にプロットされる。すなわち,図 の右側にプロットされる伊豆・箱根系の黒曜石は図の 左側にプロットされる信州系や神津島系の黒曜石に比 べ TiO<sub>2</sub>, CaO, FeO が相対的に多く,Rb,K<sub>2</sub>O,Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>が相対的に少ないと判断できる。

このバイプロット図に石器などの産地未知資料の データをプロットすることで産地推定を行うことがで きる。具体例として,恩馳島の試料1のデータをプロッ トする場合の計算手順を示す。まず11元素の幾何平 均g(x)は

<sup>1</sup>√79.40×0.11×12.63×…×0.00287×0.00839 = 0.194と求められる。このとき ppm データは 10<sup>-4</sup> 倍して% データに変換する。次に有心対数比変換を行い, 有心対数比

 $\left(\ln\frac{79.40}{0.194},\ln\frac{0.11}{0.194},\ln\frac{12.63}{0.194},\cdots,\ln\frac{0.00287}{0.194},\ln\frac{0.00839}{0.194}\right) =$ (6.013,-0.569,4.174,…,-4.215,-3.143) を得る。得られた 有心対数比に PC1 負荷量を乗じ,主成分分析に伴う 原点の移動量を差し引いて総和を求めると、PC1 ス コアとして,-0.134 × 6.013+0.280 × (-0.569) -0.108 × 4.174+ …-0.183 × (-4.215) -0.046 × (-3.143) +1.359=0.348 が得られる。同様に PC2 スコアとして, 0.063 × 6.013-0.020 × (-0.569) +0.002 × 4.174+… -0.126 × (-4.215) -0.085 × (-3.143) +1.722=0.287 が 得られる。このように PC1 スコアおよび PC2 スコア を求めることでバイプロット図上にデータをプロット することができ、バイプロット図を判別図として利用 することで、産地未知資料の産地推定が可能となる。

#### 5.3 対話的操作を用いた産地推定

前述したように主成分分析はデータの分散を最大化 させる多変量解析であり,分析対象とするデータセッ トを変えれば結果も変化する。言い換えると対象とな るデータを対話的に選択することで,より詳細な産地 推定が可能となる。このような対話的操作は,特にデー タをグループ化する操作において対話的クラスタリン グ (interactive clustering)として広く導入されてい る (Wan et al.: 2004,北村ほか: 2016)。

対話的操作のひとつの手法として,分析対象とする 原産地の種類を対話的に限定していく方法が挙げられ る。この方法では,はじめに関東および中部地方産全 原産地試料を対象とした判別図を作成し,その判別図 上に未知試料のデータをプロットする。その結果とし て伊豆・箱根系や神津島系が産地の候補から外れた場 合,全原産地試料データから伊豆・箱根系と神津島系



図4 対話的主成分分析の結果. 図中の矢印は主成分負荷量の 方向を示す.

Fig. 4 Principal component scores plot for chemical compositions of obsidian samples with 68%  $(1\sigma)$  confidence ellipse and scaled loading factors (arrows) .

のデータを取り除いた新しいデータセットを作成し, 新しいデータセットを対象とした主成分分析によって 新しい判別図を作成する。そしてこの新しい判別図上 に再度未知試料のデータをプロットして産地を推定す る。上記の手順を繰り返すことで産地を限定すること ができる。

対話的操作のもうひとつの手法として,分析対象と する成分を限定する方法が挙げられる。この方法は, FeO, K<sub>2</sub>O, Rb といった特定の成分のみを利用して主 成分分析を行う方法である。この手法は岩石の化学的 特徴を記述することを目的とする岩石学の視点では適 切な解析手法とは言い難いが,黒曜石の産地推定を目 的として割り切れば有効な手段である。例えば,図3 のバイプロット図では信州系黒曜石の確率楕円の長軸 が右上から左下方向にそろっており,主成分負荷量を 見ると Sr の固有ベクトル方向と一致する。すなわち, 信州系黒曜石は産地内で Sr のばらつきが大きいこと が考えられ, Sr を除いて主成分分析を行うことで産 地推定に有利な指標を得られる可能性がある。

上記の対話的分析の導入例として, 土屋橋南, ブド ウ沢, 高松沢, 牧ヶ沢下のみを対象とし, かつ Sr を 除いたデータセットを対象とした主成分分析の結果を 示す(表 6, 図 4)。図4では牧ヶ沢下のグループ, ブ ドウ沢のグループ, 土屋橋南・高松沢のグループと3 つのグループに分離できている。対話的分析を導入し

#### 表6 対話的主成分分析の結果.

| Table 6   | The | results | of | interactive | principal | component |
|-----------|-----|---------|----|-------------|-----------|-----------|
| analysis. |     |         |    |             |           |           |

|                                | PC1    | PC2    | PC3    |
|--------------------------------|--------|--------|--------|
| SiO <sub>2</sub>               | -0.165 | 0.024  | -0.009 |
| TiO <sub>2</sub>               | 0.394  | -0.296 | -0.018 |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | -0.073 | 0.042  | -0.068 |
| FeO                            | 0.141  | -0.237 | 0.238  |
| MnO                            | -0.103 | -0.113 | -0.839 |
| CaO                            | 0.440  | 0.819  | 0.036  |
| K <sub>2</sub> O               | -0.252 | 0.037  | -0.065 |
| Rb                             | -0.532 | 0.031  | 0.414  |
| Sr                             | -      | -      | -      |
| Y                              | -0.264 | 0.092  | -0.088 |
| Zr                             | 0.414  | -0.399 | 0.223  |
| Origin shift                   | 0.167  | -2.215 | 1.392  |
| Eigen value                    | 0.035  | 0.006  | 0.003  |
| Variance explained             | 75.86  | 12.90  | 5.59   |
| Cumulative variance            | 75.86  | 88.76  | 94.35  |

#### 6. 議論

#### 6.1 従来の判別図との比較

従来の研究で広く用いられた判別図として Rb, Sr, Y, Zr, Fe, Mn の蛍光 X 線強度を利用した Rb 分率 図(図 5a)が知られている。そこで, 化学組成データ を利用して Rb 分率図を再現し, Rb [ppm] / (Rb [ppm] + Sr [ppm] + Y [ppm] +Zr [ppm])対 MnO [wt%] / FeO [wt%] という散布図を作成する(図 5b)。さらに, 相加対数比データを利用した ln (Rb / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)対 - ln (FeO / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)の散布図を作成する(図 5c)。ここで 各図内に描写した  $1 \sigma$  (68%)確率楕円は,各軸を構 成する二つの指標が直交し,さらにデータの分布が正 規分布に従うと仮定した場合の確率楕円である。図 5c において FeO の相加対数比にマイナスを乗じてい るが,これは Rb 分率図と視覚的に比較しやすくする ための操作である。

はじめに,視覚的な判別図としての視点から図5の 散布図を比較する。3つの散布図を見ると,伊豆・箱 根系の黒曜石は信州系の黒曜石に比べて,相対的に Rbが少なくFeが多いという特徴がすべての図から 読み取れる。すなわち,判別図法においては蛍光X 線強度と化学組成のどちらも解析用データとして利用 することができ,従来のRb分率図などを利用して産 地推定がなされてきた結果が信頼性を失うわけではな い。一方で,化学組成データは機器依存性がなく,蛍 光X線強度よりも汎用性が高いデータであるので, 今後は化学組成を利用した判別図を利用した産地推定 が試行されるべきであろう。

次に, 従来の研究で用いられてきた判別分析などの 統計処理が適用できるかどうか確認する。仮に産地内 での黒曜石化学組成のばらつきが産地によらず一定で あるとするならば, 統計処理が可能な指標を利用した 判別図上では, どの産地の確率楕円も同じ大きさで描 かれるはずである。Rb [cps] / (Rb [cps] + Sr [cps] + Y [cps] +Zr [cps]) や, MnO [wt%] / FeO [wt%]といっ た指標にユークリッド距離を前提とする統計解析が適 用できないことはすでに述べたが、そのことは判別図 からも確認でき、図5a, b では図の左下のデータの方 が右上のデータよりも確率楕円が小さく描かれる傾向 を示す。一方、正規性の成立する図5c では図5a, b の ように図の左下で確率楕円が小さくなる傾向は確認で きない。すなわち、従来の Rb 分率や Sr 分率の値を 利用した判別分析の結果については再考の余地があ



り、判別分析には正規性が確保されたデータおよび指

上記の検討結果をふまえ、各判別図の特徴をまとめ

る。 蛍光 X 線強度を利用した Rb 分率図(図 5a)は、

視覚による産地推定が可能であるが機器依存性があ

る。組成データを利用した Rb 分率図(図 5b)は視覚

による産地推定が可能で機器依存性もない。相加対数

比散布図(図5c)は視覚による産地推定と統計解析に

標を利用する必要がある。

図5 Rb および Fe に注目した産地判別図. (a) 蛍光 X 線強度を利用した従来の Rb 分率図, (b) 化学組成データを利用した Rb 分率図, (c) 相加対数比を利用した散布図.

Fig. 5 An origin identification diagram focusing on Fe and Rb with 68% (1  $\sigma$ ) confidence ellipse. (a) Diagram using conventional indicators, (b) diagram using conventional indicators reconstructed by compositional data, (c) diagram using additive log-ratio method.

基づく判別分析が可能で機器依存性もないが,対象元 素は2種類に制限される。有心対数比-主成分分析ス コア図(図3)は視覚による産地推定と統計解析に基 づく判別分析が可能で,機器依存性も対象元素数の制 約もないが,計算過程が複雑である。

今後の課題として, 黒曜石の産地推定に適した元素 の特定と, その元素の組成データを利用したよりシン プルな判別指標の作成が挙げられる。産地推定に適し た元素の条件は, 原産地内で値の差が小さい, 原産地 間で値の差が大きい, 可搬型 XRF を用いた大気雰囲 気での測定でも統計解析可能な精度の値が得られるな どである。

#### 7. まとめ

本研究では化学組成データを利用した黒曜石産地推 定法として,相加対数比変換を用いた判別図作成法と, 有心対数比変換-主成分分析法を用いた判別図作成法 を提案した。従来の黒曜石産地推定には,判別図が機 械固有の図であることや,マハラノビス距離を用いた 判別分析でデータの正規性が確保されていないことな どの問題があったが、これらの問題点は本研究で提案 した判別図作成法および統計解析手法を適用すること で解決できる。相加対数比変換を用いて判別図を作成 する場合、不変量検定の結果から、今回対象とした原 産地試料ではSiO<sub>2</sub>、Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>、MnOが規格化成分として 適していることを明らかにした。有心対数比変換 - 主 成分分析法では、解析と教師データの選択を対話的に 行うことでより詳細な産地推定が可能となることが明 らかになった。これら対数比解析の導入により、装置 非依存型の統計解析が可能となり、原産地試料を持た ない研究者でも黒曜石の産地推定を行うことが可能と なる。

#### 謝辞

本研究にあたり, 帝京大学文化財研究所の三浦麻衣 子氏には標準試料のデータ解釈に際してご助言いただ いた。2名の匿名の査読者には適切なコメントをいた だき本稿は大幅に改善された。以上の方々に厚く御礼 申し上げる。

#### 文献

池谷信之 2009「黒曜石原産地推定法」『黒曜石考古学』新泉社 pp.10-37

- 太田 亨・新井宏嘉 2006「組成データ解析の問題点とその解決方法」地質学雑誌 112 pp. 173-187
- 大屋道則 2009「最新の分析手法」月刊考古学ジャーナル 585 pp. 5-8
- 大屋道則・西井幸雄・上野真由美・亀田直美・国武貞克・島立桂・田村隆・望月明彦 2006「石器材料及び 石器の理化学的分析値(1)-XRF による黒曜岩分析値(2005 年度)-」財団法人埼玉県埋蔵文化財調査 事業団研究紀要 21
- 小田静夫 2001「黒曜石石器の研究動向」PALYNO 4 pp. 3-15
- 鎌木義昌・東村武信・藁科哲男・三宅 寛 1984「黒曜石, サヌカイト製石器の産地推定による古文化交流の研究」古文化財編集委員会(編)『古文化財の自然科学的研究』同朋舎 pp. 333-359
- 北村侑也・高間康史・梶並和記 2016「グルーピング操作に基づく対制約一括生成手法」人工知能学会論文 誌 31 pp. 1-9
- 水渡英二・塩尻詢 1964「X 線分析」日本ゴム協会誌 37 pp.875-895
- 鈴木正男・金山喜昭・青木豊・戸村健児 1985「神奈川県相模原市橋本遺跡の黒曜石分析」旧石器考古学 30 pp. 113–117
- 隅田祥光・稲田陽介・亀井淳志・及川 穣 2016「島根県隠岐島後における黒曜石の全岩化学組成〜黒曜石 製石器の原産地解析システムの構築に向けて〜」資源環境と人類 6 pp. 73-86.

- 建石 徹 2012「黒曜石の縄文石器の産地分析と流通」季刊考古学 119 pp. 71-78
- 建石 徹・津村宏臣 2003「黒曜石資料の原産地推定とその空間的展開に関する予察 千葉県域の縄文時代 中期資料を中心として – 」Archeo-Clio 4 pp. 1-13.
- 東村武信 1986『考古学ライブラリー 47 石器産地推定法』ニューサイエンス社 89p
- 明治大学黒曜石センター 2012『明治大学黒曜石研究センターニューズレター』1 中沢印刷 4p
- 望月明彦・池谷信之・小林克次・武藤由里 1994「遺跡内における黒曜石製石器の原産地別分布について 沼津市土手上遺跡 BB V 層の原産地推定から – 」静岡県考古学研究 26 pp. 1–24
- 和田恵治・向井正幸・武田 修 2003「EPMA による黒曜石ガラスの主成分化学組成 遺跡出土黒曜石の産 地特定:常呂川河口遺跡の例 -」 北海道教育大学大雪山自然教育研究施設研究報告 37 pp. 59–70
- Aitchison, J. 1982 "The statistical analysis of compositional data (with discussion)" Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology) 44, pp.39–177
- Aitchison, J. 1986 ed. "The statistical analysis of compositional data" Chapman and Hall, London, 416p
- Acquafredda, P., Andriani, T., Lorenzoni, S. and Zanettin, E. 1999 "Chemical characterization of obsidians from different Mediterranean sources by non-destructive SEM-EDS analytical method" Journal of Archaeological Science 26 pp.315–325
- Bro, R. and Smilde, A. K. 2014 "Principal component analysis" Analytical Methods 6 pp.2812-2831
- Criss, J.W. and Birks, L.S. 1968 "Calculation methods for fluorescent x-ray spectrometry. Empirical coefficients versus fundamental parameters" Analytical Chemistry 40 pp.1080–1086
- Ericson, J.E. and Glascock, M.D. 2004 "Subsource characterization: Obsidian utilization of subsources of the Coso volcanic field, Coso Junction, California, USA" Geoarchaeology: An International Journal 19 pp.779–805
- Glascock, M.D., Braswell, G.E. and Cobean, R.H. 1998 "A systematic approach to obsidian source characterization" In M.S. Shackley (ED.), Archaeological Obsidian Studies, New York, Plenum Press. pp.15–65
- Gratuze, B. 1999 "Obsidian Characterization by Laser Ablation ICP-MS and its Application to Prehistoric Trade in the Mediterranean and the Near East: Sources and Distribution of Obsidian within the Aegean and Anatolia" Journal of Archaeological Science 26 pp.869–881
- Jolliffe, I. T. and Cadima, J. 2016 "Principal component analysis: a review and recent developments" Philosophical Transactions of the Royal Society A 374 20150202.
- Merrick H.V. and Brown, F.H. 1984a "Obsidian sources and patterns of source utilization in Kenya and northern Tanzania: some initial findings" The African Archaeological Review 2 pp.129–152.
- Merrick H.V. and Brown, F.H. 1984b "Rapid chemical characterization of obsidian artifacts by electron microprobe analysis" Archaeometry 26 pp. 230–236
- Ohta, T., Arai, H. and Noda, A. 2011 pp. "Identification of the unchanging reference component of compositional data from the properties of the coefficient of variation" Mathematical Geosciences 43 pp.421-434.
- Orange, M., Bourdonnec, F.L., Bellot-Gurlet, L., Lugliè,C., Dubernet, S., Bressy-Leandri, C., Scheffrs, A. and Joannes-Boyau, R. 2017 "On sourcing obsidian assemblages from the Mediterranean area: analytical strategies for their exhaustive geochemical characterization" Journal of Archaeological Science:

Reports 12 pp.834-844.

- Schedl, A. 1998 "Log ratio methods for establishing a reference frame for chemical change" The Journl of Geology, 106, pp.211–228.
- Seccaroni, C. Volante, N., Rosada, A., Ambrosone, L., Bufalo, G. and Avino, P. 2008 "Identification of provenance of obsidian samples analyzing elemental composition by INAA" Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry 278 pp. 277–282.
- Suda, Y., Grebennikov, A.V., Kuzmin, Y.V., Glascock, M.D., Wada, K., Ferguson, J.R., Kim, J.C., Popov, V.K., Rasskazov, S.V., Yasnygina, T.A., Saito, N., Takehara, H., Carter, T., Kasztovszky, Z., Biró, K.T. and Ono, A. 2018 "Inter-laboratory validation of the WDXRF, EDXRF, ICP-MS, NAA and PGAA analytical techniques and geochemical characterisation of obsidian sources in northeast Hokkaido Island, Japan" Journal of Archaeological Science: Reports 17 pp.379-392
- Suzuki, M. 1974 "Chronology of prehistoric human activity in Kanto, Japan, Part II Time-space analysis of obsidian transportation" Journal of the Faculty of Science, 4, pp. 395–469.
- Wan, X. F., Bridges, S.M. and Boyle, J. A. 2004 "Revealing gene transcription and translation initiation patterns in archaea, using an interactive clustering model" Extremophiles 8 pp.291–299
- Woronow, A. and Love, K.M. 1990 "Quantifying and testing differences among means of compositional data suites" Mathematical Geosciences 22 pp.837–852

(2018年7月4日受付, 2018年11月13日受理)

# Obsidian source identification by log-ratio analysis of chemical compositional data

#### Takuto Kanai\*, Nobuyuki Ikeya\*\*, Yasuo Hosaka\*\*\*

\*Research institute of cultural properties, Teikyo University, 1566-2 Yokkaichiba, Isawa-cho, Fuefuki-shi, Yamanashi, 406-0032, Japan \*\*Meiji university Center for Obsidian and Lithic Studies, 3670-8, Daimon, Nagawa-machi, Chiisagata-gun, Nagano, 386-0601, Japan

\*\*\*Yamanashi Gakuin University, 2-4-5 Sakaori, Kofu-shi, Yamanashi, 400-8575, Japan

The chemical compositions of obsidian samples provide important information for identifying the archaeological source. However, appropriate statistical analyses of chemical compositional data have not been sufficiently discussed. This paper summarizes a statistical method for analyzing chemical compositional data and introduces a log-ratio analysis to evaluate the chemical composition of obsidian. The additive log-ratio transformation can be used to create a diagram for the identification of sample origins based on specific chemical components. Tests for the identification of stable reference components indicated that SiO2, Al2O3, and MnO are suitable for normalization. The combination of the centered log-ratio transformation and principal component analysis could be used to create an origin identification diagram for multivariate compositional data. Moreover, interactive operation allowed more detailed identification of the obsidian source. By using these log-ratio transformations, statistical analyses of device-independent chemical compositional data are possible. In other words, it is possible to identify the obsidian source at research institutions that do not possess source samples.